МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ
НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 №23.4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Аналитическая геометрия
название дисциплины

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика
код и направления подготовки

образовательная программа

Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

1. Цели и задачи дисциплины:

Дисциплина «Аналитическая геометрия» является одной из основных фундаментальных учебных дисциплин; она обеспечивает подготовку специалистов к успешному освоению дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

Цель изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» - теоретическая подготовка и получение практических навыков по высшей математике для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа. Развить логическое мышление студентов, привить потребность теоретического обоснования различных явлений.

В ходе изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» решаются следующие задачи:

1. Создание у студентов достаточно широкой подготовки в области математики и воспитание достаточно высокой математической культуры.
2. Сформировать навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.
3. Привитие навыков самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Аналитическая геометрия» входит в учебный план подготовки бакалавра по направлению **14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика» профиль «Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»** и относится к дисциплинам базовой части профессионального цикла. Изучение дисциплины базируется на знаниях и навыках, полученных в результате изучения школьной программы по алгебре, анализу и геометрии. Дисциплина «Аналитическая геометрия» является одной из основ для изучения дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Интегральные уравнения», «Комплексный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики».

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции
ОПК-2	способность демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовность использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: Основные понятия и методы аналитической геометрии и линейной алгебры по темам: векторная алгебра, прямые и плоскости, кривые и поверхности 2-го порядка, матрицы и определители, системы линейных уравнений, линейные пространства, операторы, пространства со скалярным произведением, квадратичные формы и их приложения.

Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения практических задач.

Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики к описанию, анализу, теоретическому и экспериментальному исследованию, моделированию природных явлений и процессов в объеме, необходимом для использования в обучении и профессиональной деятельности.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 7 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2		
Аудиторные занятия (всего)	96	48	48		
В том числе:	-	-	-		-
Лекции	32	16	16		
Практические занятия	64	32	32		
Семинары					
Лабораторные работы					
В том числе:	-	-	-		-
интерактивные формы обучения (лекции)					
интерактивные формы обучения (практические занятия/семинары)					
Самостоятельная работа (всего)		42	60		
В том числе:	-	-	-		-
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
Индивидуальное домашнее задание		5	6		
Подготовка к практическим занятиям		5	6		
Вид промежуточной аттестации зачет, экзамен		54	36		
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ					
час		**144**	**144**		

зач.ед.		**4**	**4**		

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	**Векторная алгебра**	Векторы и операции над ними. Базис. Координаты вектора в базисе и действия с координатами. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение, двойное векторное произведение. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости
2.	**Прямые и плоскости**	Уравнения линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве и прямая на плоскости, различные виды уравнений. Расстояние от точки до плоскости (прямой). Отклонение точки от плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей (прямых). Пучок и связка плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
3.	**Кривые и поверхности второго порядка**	Эллипс, гипербола, парабола. Директориальное свойство. Эксцентриситет. Вывод канонических уравнений. Фокальное свойство. Расположение фокусов, директрис, фокальные радиусы. Конические сечения. Оптические свойства. Упрощение общего уравнения кривой второго порядка путем поворота осей и параллельного переноса. Классификация кривых второго порядка. Некоторые виды поверхностей второго порядка. Исследование формы поверхности по каноническому уравнению методом сечений. Элементы топологии.
4.	**Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	Матрицы, действия над матрицами. Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей. Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера Капелли. Метод Гаусса. Однородная система, фундаментальная совокупность решений.
5.	**Линейные пространства и подпространства, базис, координаты**	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

		Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
6.	**Линейные операторы, собственные векторы**	Линейный оператор. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Условия существования базиса из собственных векторов.
7.	**Евклидовы пространства, квадратичные формы**	Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Ортогональные элементы. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определители Грама и их приложения. Многомерная евклидова геометрия. Ортогональное дополнение. Сопряженный, самосопряженный, унитарный и ортогональный операторы. Билинейные и квадратичные формы в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Неоднородный многочлен второй степени от n переменных. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническом виду.

5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых последующих дисциплин	№№ разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин						
		1	2	3	4	5	6	7
1.	Дифференциальные уравнения	*	*	*	*	*	*	*
2.	Комплексный анализ	*	*		*			
3.	Теория вероятностей и математическая статистика	*			*	*	*	*
4.	Уравнения математической физики	*	*		*	*	*	*

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практ. занят.	Лабор. занят.	Семинары	СРС	Всего час.
1.	Векторная алгебра	**12**	**12**			**3**	**27**
2.	Прямые и плоскости	**12**	**12**			**3**	**27**
3.	Кривые и поверхности второго порядка	**10**	**10**			**3**	**23**
4.	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	**4**	**8**			**3**	**15**
5.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты	**4**	**9**			**3**	**16**
6.	Линейные операторы, собственные векторы	**5**	**9**			**3**	**17**
7.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	**5**	**10**			**4**	**19**

6. Распределение часов по темам и видам учебных занятий для бакалавров очной формы обучения.

Общая трудоемкость учебной дисциплины 8 зачетных единиц, что составляет **288** часа.

Наименование раздела /темы дисциплины	Трудоемкость (час)				
	Всего	в том числе по видам учебных занятий			
		Лек	Пр/Сем	Лаб	СРС
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Раздел 1. Векторная алгебра	**24**	**12**	**12**		**3**
Тема 1.1 Действия с векторами. Базис. Системы координат.	12	6	6		**1**
Тема 1.2. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	12	6	6		**2**
Раздел 2. Прямая и плоскость	**24**	**12**	**12**		**3**
Тема 2.1. Прямая на плоскости.	8	4	4		**1**
Тема 2.2. Плоскость в пространстве.	8	4	4		**1**
Тема 2.3. Прямая в пространстве.	8	4	4		**1**
Раздел 3. Кривые и поверхности второго порядка	**20**	**10**	**10**		**3**
Тема 3.1. Кривые 2 порядка.	13	8	5		**2**
Тема 3.2. Поверхности 2 порядка.	7	2	5		**1**
Раздел 4. Матрицы, определители и системы линейных уравнений	**12**	**4**	**8**		**3**
Тема 4.1. Матрицы и определители.	6	2	4		**2**
Тема 4.2. Системы линейных уравнений.	6	2	4		**1**

Раздел 5. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты	**13**	**4**	**9**		**3**
Тема 5.1. Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису	6	2	4		**2**
Тема 5.2. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.	7	2	5		**1**
Раздел 6. Линейные операторы, собственные векторы.	**14**	**5**	**9**		**3**
Тема 6.1. Операторы и матрицы. Замена базиса.	8	3	5		**2**
Тема 6.2. Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.	6	2	4		**1**
Раздел 7. Евклидовы пространства, квадратичные формы	**15**	**5**	**10**		**4**
Тема 7.1. Евклидовы пространства.	3	1	2		**2**
Тема 7.2. Операторы в евклидовых пространствах.	6	2	4		**1**
Тема 7.3. Квадратичные формы и приложения.	6	2	4		**1**
Итого часов		32(16)*	64(32)*		96
Аудиторных часов	***96***	Формы рубежного (итогового) контроля знаний бакалавров очной формы обучения – экзамен			
Внеаудиторная самостоятельная работа бакалавров	***102***				
Количество часов на подготовку к зачету/экзамену	***90***				
Всего часов на освоение учебного материала	***288***				

7. Содержание тем программы учебной дисциплины.

Раздел 1. Векторная алгебра

Тема 1.1 Векторы и операции над ними. Компланарность, коллинеарность векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты вектора в базисе и действия с координатами. Простейшие задачи аналитической геометрии: деление отрезка в данном отношении, координаты центра масс. Системы координат: декартова прямоугольная, полярная, цилиндрическая, сферическая. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости (поворот и параллельный перенос).
Литература: [1] гл.1, § 1; [3] гл.1, § 1,2; [13] стр. 3-12

Тема 1.2.

Скалярное и векторное произведение векторов (определение, свойства, выражение в прямоугольных координатах). Смешанное произведение, связь с объемом параллелепипеда, выражение в координатах. Двойное векторное произведение. Основное тождество.
Литература: [1], дополнение к гл.1, гл. 2, § 2,3; [3] гл.1, § 3; [13] стр. 12-18

Раздел 2. Прямая и плоскость

Тема 2.1. Прямая на плоскости. Уравнения линий и поверхностей: явное и параметрическое задание. Алгебраические линии и поверхности. Теорема об инвариантности порядка. Различные виды уравнений прямой: общее уравнение, уравнение в отрезках, параметрические уравнения, нормальное уравнение. Расстояние от точки до прямой. Отклонение точки от прямой. Пучок и связка прямых.
Литература [1], гл. 4, § 1-2; [3] гл.2, §1-3; [13] стр. 18-26.

Тема 2.2. Плоскость в пространстве. Плоскость в пространстве и прямая на плоскости. Различные виды уравнений: общее уравнение, уравнение в отрезках, параметрические уравнения, нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости (прямой). Отклонение точки от плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей (прямых). Пучок и связка плоскостей. *Литература* [1], гл. 4, § 1-2; [3] гл.2, §1-3; [13] стр. 18-26.

Тема 2.3. Прямая в пространстве

Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (признаки параллельности, перпендикулярности, принадлежности одной плоскости, расстояние между скрещивающимися прямыми). Задачи. *Литература* [1], гл. 5, § 4,5; [3] гл.2, §2-3; [13] стр. 26-29.

Раздел 3. Кривые и поверхности второго порядка

Тема 3.1. Кривые 2 порядка.

Эллипс, гипербола, парабола. Директориальное свойство. Эксцентриситет. Вывод канонических уравнений. Фокальное свойство. Расположение фокусов, директрис, фокальные радиусы. Конические сечения. Оптические свойства. Упрощение общего уравнения кривой второго порядка путем поворота осей и параллельного переноса. Классификация кривых второго порядка. *Литература* [1], гл. 6, § 1-4; [3] гл.3, §2; [13] стр. 29-38

Тема 3.2. Поверхности 2 порядка.

Некоторые виды поверхностей второго порядка. Исследование формы поверхности по каноническому уравнению методом сечений. Элементы топологии. *Литература* [1], гл. 4, § 2, гл.7 §3; [3] гл.2, §4; [13] стр. 61-68

Раздел 4. Матрицы, определители и системы линейных уравнений

Тема 4.1. Матрицы и определители. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы). Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Перестановки. Инверсия. Четность инверсии, изменение четности при перестановке двух элементов. Теорема о знаке члена определителя. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей. *Литература* [2], гл. 1, §1-2, [3], гл. 5, §1,6; [13] стр. 38-43

Тема 4.1. Системы линейных уравнений

Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы.

Теорема Кронекера Капелли. Общее решение системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.

Литература [2], гл. 1, §3, гл. 3, §1-2 [3], гл.5, §1,4,6; [7] гл. 1 § 4,5,6,7,8,9,11 [13] стр. 43-53.

Раздел 5. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты

Тема 5.1. Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису

Линейные пространства. Примеры. Простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Теоремы о размерности. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме пространств одинаковой размерности. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. *Литература* [2], гл. 2, §1-2,4 [7], гл. 2, §1-6

Тема 5.2. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.

Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств. *Литература* [2], гл. 2, §3, [7], гл. 2, § 7-9.

Раздел 6. Линейные операторы, собственные векторы, жорданова форма.

Тема 6.1. Операторы и матрицы. Замена базиса.

Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Теорема о взаимно однозначном соответствии между матрицами и операторами. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Пространство линейных операторов. Произведение операторов. Матрица произведения операторов. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Условия существования обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства. *Литература* [2], гл. 5, [7] гл. 2-3, [12] стр.3-11

Тема 6.2. Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.

Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Условия существования базиса из собственных векторов (условия приводимости матрицы оператора к диагональному виду). *Литература* [2], гл. 5, § 2-3 [7], гл. 3, §7-9, [12], стр. 15-25

Раздел 7. Евклидовы пространства, квадратичные формы

Тема 7.1. Евклидовы пространства.

Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами евклидова пространства. Ортогональные элементы. Изоморфизм пространств со скалярным произведением. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Вид скалярного произведения в зависимости от выбора базиса. Свойства определителей Грама (определитель Грама линейно независимой системы векторов; неотрицательность определителя Грама). Приложения определителей Грама. Объем n –мерного параллелепипеда. Многомерная евклидова геометрия. Ортогональное дополнение. Разложение пространства со скалярным произведением в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. *Литература* [2], гл. 4, §1-3, [7], гл. 4, §1,2, 3 [12] стр. 32-42

Тема 7.2. Операторы в евклидовых пространствах.

Сопряженный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Теорема о собственных значениях и собственных векторах, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов. Ортогональный оператор: свойства, матрицы, примеры, собственные значения, теорема об общем виде оператора. *Литература* [7], гл. 5, §1-5, [12], стр.43-57 .

Тема 7.3. Квадратичные формы и приложения.

Билинейные формы в вещественном линейном пространстве. Квадратичная форма в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Неоднородный многочлен второй степени от n переменных. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническом виду. Классификация. *Литература* [2], гл.7, §1-7, [11], стр. 12-13, 15-42 [7], гл. 5, §1-5, [12] стр. 57-70

8. Учебные мероприятия текущего и промежуточного контроля знаний бакалавров.

Первый семестр

Тема программы учебной дисциплины	Учебные мероприятия текущего и промежуточного контроля знаний	Неделя
Раздел 1. Векторная алгебра	Контрольная работа № 1	7
	Индивидуальное домашнее задание. [8]: «Аналитическая геометрия, задачи 1-6».	16
Раздел 2. Прямые и плоскости.	Контрольная работа № 2	11
	Индивидуальное домашнее задание. [8]: «Аналитическая геометрия, задачи 6-12».	16

Раздел 3. Кривые второго порядка	Контрольная работа № 3	17

Второй семестр

Тема программы учебной дисциплины	Учебные мероприятия текущего и промежуточного контроля знаний	Неделя
Раздел 4. Матрицы, определители и системы линейных уравнений	Контрольная работа № 1	6
	Индивидуальное домашнее задание. [8]: «Линейная алгебра»	16
Раздел 5-6. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты. Линейные операторы, собственные векторы	Коллоквиум	11
Раздел 7. Евклидовы пространства, квадратичные формы	Контрольная работа № 2	16
	Индивидуальное домашнее задание [8]: «Линейная алгебра».	

9. Самостоятельная работа бакалавра в аудитории под контролем преподавателя

Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практического занятия/семинара	Форма проведения занятий	Трудо-емкость (час.)
1.	**1.**	Векторы. Линейные операции над векторами. Базис и координаты вектора. [4], 14, 60, 69, 86-92, 95, 98, 106, 110-113, 728, 732, 735-740, 743, 747, 757, 759, 762-770, 774, 776-782, 784-787.	- решение задач -мозговой штурм	2
2.	**1.**	Декартова система координат. Простейшие задачи аналитической геометрии: деление отрезка в данном отношении, координаты центра масс. Полярные координаты. [4], 14, 60, 69, 86-92, 95, 98, 106, 110-113.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - решение задач	2
2.	**1.**	Скалярное произведение векторов. Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы. Определители 2-го и 3-го порядка. Векторное произведение. Смешанное	- проверка правильности выполнения домашнего задания - решение задач	8

		произведение векторов. Двойное векторное произведение. [4], 796, 796, 801-804, 807, 808, 812-814, 817, 820, 824-829, 835, 837, 839-843, 850, 853, 857-862, 864, 866, 867, 873-883, 1204, 1224-1226.	- мозговой штурм	
3.	**2.**	Уравнение плоскости. Прямая на плоскости и в пространстве. [4], 913, 917-921, 925-928, 931, 941, 947, 944, 951, 957, 960-964, 967, 969, 972-979, 1008-1010, 1012-1015, 1019-1026, 1029-1031, 1038-1041, 1046, 1050-1056, 1062-1083, 224, 226, 235, 238, 246, 248, 266, 268-284, 292, 318, 329, 347-350, 353, 378	- проверка правильности выполнения домашнего задания - решение задач	12
4.	**3**	Эллипс, гипербола, парабола.[4], 385, 390, 391, 402, 413, 424, 427, 439, 445, 447, 459, 462, 466, 474-478, 492, 493, 515, 518, 522, 534, 544-548, 559-561, 585, 589, 600-604, 614, 625, 632, 634-636.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - решение задач - мозговой штурм	10
5.	**4.**	Действия с матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица, ранг матрицы. [6], 789-792, 797, 799, 804-806, 809, 822, 837, 840-842, 861-866, 188-190, 198, 202-204, 207, 208, 257-270, 274, 279-303, 305-307, 315, 322, 366-367, 608-612, 619-622.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	4
6.	**4.**	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. [6], 554-563, 567-570, 573, 574, 578-581, 724-732, 741-742, 698-702, 706-709.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	6
7.	**5**	Линейные пространства. Размерность. Базис. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.[6], 1285-1294, 1282-1284, 1277-1281, 1297-1300, 1303-1305, 1308.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	5
8.	**5**	Линейная оболочка векторов. Применение ранга матрицы к исследованию линейной зависимости векторов и нахождению размерности подпространства. Размерность и базис суммы и пересечения подпространств.[6], 641-644, 665-669, 674-676, 680-681, 764-782, 1310-1313, 1317-1322	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	4

9.	**6**	Линейный оператор. Матричная запись и матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Действия над операторами. [6], 1441-1444, 1434-1438, 1445, 1446, 1448-1450.	-проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	4
10.	**6**	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду, базис из собственных векторов.[6], 1465-1474, 1479-1483.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	5
11.	**7**	Пространства со скалярным произведением. Ортогонализация. Ортогональное дополнение, ортогональная составляющая. Измерение длин и углов. Матрица Грама.[6], 1357-1362, 1366, 1367, 1370-1374, 1385-1387, 1390, 1394-1395, 1400-1404.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	3
12.	**7**	Сопряженный, самосопряженный и ортогональный операторы.[6], 1541-1544, 1557-1558, 1585-1589, 1571, 1574.	- проверка правильности выполнения домашнего задания - систематизация учебного материала - решение задач	2
14.	**7**	Квадратичные формы. [6], 1175-1178, 1180-1185, 1190, 1243-1246, 1248-1255, 1212-1216, 1224-1226, 1231. Приведение уравнений кривых и поверхностей 2 порядка к каноническому виду. [4], 665, 666, 669, 674-677, 689-690.	систематизация учебного материала, решение задач	3

Лабораторный практикум не предусмотрен

10. Примерная тематика для курсового проектирования (для выполнения курсовых работ), рефератов и учебных научно-исследовательских работ. Методические рекомендации к их выполнению

Индивидуальные домашние задания

1 семестр

Тема	**Литература**
Векторы и действия с ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение	[8] раздел 9, задачи 1-6;
Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость.	[8], раздел 9, задачи 7-12

2 семестр.

Тема	Литература
Системы линейных алгебраических уравнений	[8], раздел 10, [5]
Линейные пространства. Операторы. Квадратичные формы.	[8], раздел 10, задачи 1-10 [5]

11. Примеры тестовых заданий (контрольных вопросов) для оценки качества освоения дисциплины, уровня учебных достижений

Варианты контрольных работ

1 семестр

Контрольная работа 1

1. Даны три вектора $\vec{a}=(4,-2)$, $\vec{b}=(3,5)$, $\vec{c}=(2,-14)$. Выразить вектор c через векторы a и b.
2. На оси абсцисс найти точку равноудаленную от точек A(1,-4) и B(5,6).
3. Даны три вектора $\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(4,1.5)$, $\vec{c}=(-1,3)$. Определить, при каком значении параметра ***к*** вектор $\vec{a}+k\vec{b}$ будет коллинеарен вектору $\vec{c}$.
4. Вычислить координаты вершины С равностороннего треугольника АВС, если А(1,3),В(3,1).
5. В параллелограмме АВСД точка М делит сторону ВС в отношении 1:3, а точка Р делит сторону СД в отношении 3:1. Пусть $\vec{AM}=\vec{a}$ и $\vec{AP}=\vec{b}$. Выразить через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы АВ и АД.
6. Дан треугольник АВС. АВ=4, АС=6 , угол ВАС равен 60°. Найти длину вектора АР, если точка Р делит сторону ВС в отношении 3:1, считая от вершины В.
7. На сторонах АВ и ВС квадрата АВСД взяты точки К и М так, что 4АК=2ВМ=АВ. Найти косинус угла между прямыми ДК и АМ.
8. Найти угол между прямыми $x-y+2=0$ и $x+y+3=0$.
9. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, образующие попарно углы 120°. Длины этих векторов равны соответственно 1,2 и 3. Найти длину вектора $\vec{a}+\overrightarrow{2b}+\vec{c}$.
10. Написать уравнение прямых, проходящих через точку А(1,2) перпендикулярно и параллельно прямой $3x+4y=4$.

Контрольная работа 2

1. Написать уравнение плоскости , проходящей через точку М(1 , 2 , 3) перпендикулярно двум плоскостям 3x - 2y + z - 1 =0, 3x + 2y + z - 2 = 0.
2. Вычислить угол между вышеуказанными плоскостями,
3. Даны три плоскости : x + y + z = 1, 2x + y + z =2, 3x + 2y +2z = 5.
Какую геометрическую фигуру они образуют?(веер, призма, трехгранный угол).
4. Вычислить объём куба, две грани которого расположены на плоскостях
2x + 2y - z = 1, 4x + 4y - 2z = 4.
5. Составить уравнение плоскости, делящей пополам острый двугранный угол, образованный плоскостями 2x + y - z = 1, 2x - y + z = 1.

Контрольная работа 3

1. Найти определитель	2. Найти общее решение системы. Найти Ф.С.Р. однородной системы.

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 1 & 3 & 17 \\ -2 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$	$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2. \end{cases}$
3. Умножить матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$	4. Найти обратную матрицу. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$

Контрольная работа 4

1. Проверить, что векторы $f_1=(1,-2,2,-3)$ и $f_2=(2,-3,2,4)$ ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса.
2. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

$$10x_1^2+14x_2^2+7x_3^2-10x_1x_2-\sqrt{2}x_1x_3-5\sqrt{2}x_2x_3.$$

3. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2+5y^2-2xy+10x-2y+1=0.$$

Рейтинговая контрольная работа 1

1.Дано $A(1,2)$, $B(3,1)$, $C(4,5)$. Точки A, B и C являются серединами сторон некоторого треугольника. Найти координаты вершин этого треугольника.

2.Даны векторы $\vec{a}=\{4,-2,-4\}$ и $\vec{b}=\{6,-3,2\}$. Вычислить $(\vec{a}+\vec{b})^2$.

3.Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, образующие левую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что длины этих векторов равны соответственно 3, 4 и 5, найти смешанное произведение $(\vec{b},\vec{a},\vec{c})$.

4.Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a}=\{2,1,-1\}$ и удовлетворяющий условию $(\vec{x},\vec{a})=3$.

5.Найти проекцию вектора $\vec{S}=\{1,2,3\}$ на ось, составляющую с координатными осями равные тупые углы.

6.Даны два вектора $a=\{11,10,2\}$ и $b=\{4,0,3\}$. Найти вектор единичной длины перпендикулярный этим векторам и образующий с ними правую тройку.

7.Даны вершины треугольника $A(1,-1,2)$, $B(5,-6,2)$ и $C(1,3,-1)$. Найти его площадь и высоту, опущенную из вершины B.

Рейтинговая контрольная работа 2

1.Прямая задана как пересечение двух плоскостей $x+y+z=1$, $x-y+z=0$. Написать канонические уравнения этой прямой.

2.Найти угол между прямой $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{0}$ и плоскостью $x-y+z=0$.

3.Найти координаты точки, симметричной данной точке М(1,1,1) относительно плоскости $x+y+z=1$.

4.Найти расстояние между параллельными плоскостями $x+2y+2z+3=0$ и $x+2y+2z-5=0$

5.Написать уравнение медианы угла треугольника при вершине *B*, если известны координаты вершин *A*(2,2,1), *B*(0,0,0), *C*(2,4 ,4).

6.Даны уравнения двух высот $x-y+2=0$, $x+3=0$ и вершина **A**(0,0) треугольника. Найти координаты двух других вершин треугольника.

7.Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$. Найти его центр, фокусы, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис.

8.Составить уравнение прямой, которая касается параболы $y^2=8x$ и параллельна прямой $2x+2y-3=0$.

Рейтинговая контрольная работа 3

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=0 \end{cases}$$

Рейтинговая контрольная работа 4

1. (3) Найти ф.с.р. системы $\begin{matrix} 3x_1+x_2-8x_3+2x_4+x_5=0 \\ 2x_1-2x_2-3x_3-7x_4+2x_5=0 \end{matrix}$.

2. (3) Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к данному числу *a*? Объяснить ответ.

3. (3) Найти координаты вектора $x=(7,-5,10)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3:

$e_1'=e_1+e_2-4e_3$, $e_2'=\frac{4}{5}e_1-e_2$, $e_3'=-e_1+e_2+e_3$.

4. (4) Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y+z=0$.

5. (4) Найти собственные значения и собственные векторы линейного опреатора, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{matrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \end{matrix}$$

1 0 -2

6. (3)Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,2,1)$, $a_2 = (1,1,-1)$, $a_3 = (1,3,3)$ и $b_1 = (2,3,-1)$, $b_2 = (1,2,2)$, $b_3 = (1,1,-3)$.

Коллоквиум. Вопросы.

1. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера.
2. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Второе определение ранга матрицы.
3. Классификация систем линейных уравнений. Теорема Кронекера Капелли. Общее решение системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
4. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы. Фундаментальная совокупность решений. Теорема о количестве элементов в ФСР. Неоднородные системы.
5. Линейные пространства. Определение. Примеры. Простейшие свойства линейного пространства (единственность нулевого элемента, единственность противоположного элемента и т.п.).Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства.
6. Базис. Размерность линейного пространства. Свойства базиса и размерности: количество элементов в разных базисах одно и то же в данном пространстве; любую линейно независимую систему элементов можно достроить до базиса в конечномерном пространстве; если размерность пространства равна n, то любая система из n линейно независимых элементов является базисом; если размерность n, то любой набор из n+1 элемента линейно зависим. Примеры базиса, размерность пространств $R^n, P_{\le n}, A_{m\times n}, C_{[a,b]}$.
7. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме пространств одинаковой размерности.
8. Координаты вектора в базисе. Линейные операции в координатах. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
9. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
10. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о связи их размерностей.
11. Пространство решений однородной системы уравнений. Размерность, базис этого пространства.
12. Прямая сумма подпространств. Теорема о единственности разложения элемента по составляющим в случае прямой суммы.
13. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора.
14. Теорема о взаимно однозначном соответствии между матрицами и операторами.
15. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
16. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Пространство линейных операторов, его изоморфность пространству матриц.
17. Произведение операторов. Матрица произведения операторов.
18. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Условия существования обратного оператора.
19. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема: $\dim(\operatorname{Im} A) + \dim(KerA) = \dim L$.
20. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора.
21. Теорема о связи собственных значений и корней характеристического многочлена.
22. Инвариантность характеристического многочлена.
23. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.
24. Условия существования базиса из собственных векторов (условия приводимости матрицы оператора к диагональному виду).

Задачи к коллоквиуму

1. Является ли линейным пространством множество всех сходящихся числовых последовательностей? Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к данному числу a? Объяснить ответ.

2. Найти матрицу (в базисе i, j, k) оператора ортогональной проекции на прямую $\frac{x}{2} = -y = z$.

3. Найти собственные значения, собственные векторы и жорданову форму $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Выяснить, являются ли векторы $a_1 = (4,-5,2,6)$, $a_2 = (2,-2,1,3)$, $a_3 = (6,-3,3,9)$, $a_4 = (4,-1,5,6)$ линейно зависимыми. Найти размерность линейной оболочки $\mathcal{L}(a_1,a_2,a_3,a_4)$.
5. Найти матрицу (в базисе i, j, k) оператора симметрии относительно прямой $x = -y = z$.
6. Найти матрицу (в базисе i, j, k) оператора проектирования на плоскость $x - y = 0$.
7. Найти базис и размерность пространства симметричных матриц размера 2×2 с обычными операциями сложения и умножения на число. Тот же вопрос для пространства симметричных матриц размера $n\times n$.
8. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Найти координаты вектора $x = (7,-5,10)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3:
$e_1' = e_1 + e_2 - 4e_3$, $e_2' = \frac{4}{5}e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.

9. Найти собственные значения, собственные векторы оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица линейного оператора к диагональному виду?
10. Доказать, что множество всех n-мерных векторов, координаты которых удовлетворяют уравнению $x_1 + x_2 + ... + x_5 = 0$ является подпространством в R^5, найти его размерность и какой-нибудь базис.
11. Ядро и образ линейного оператора. Сформулировать теорему о размерности ядра и образа.
12. Найти область значений и ядро линейного оператора $f : X \to X$, заданного в некотором базисе $e_1, e_2\ e_3$ матрицей $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Рейтинговая контрольная работа 5

1. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора $x = (4,-1,-3,4)$ относительно линейного подпространства L(a_1, a_2, a_3), где $a_1 = (1,1,1,1)$, $a_2 = (1,2,2,-1)$, $a_3 = (1,0,0,3)$.

2 . Пусть e_1, e_2 - ортонормированный базис плоскости и линейное преобразование φ в базисе $f_1 = e_1$, $f_2 = e_1 + e_2$ имеет матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Найти матрицу сопряженного преобразования φ^* в том же базисе f_1, f_2.

3 . Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа
$x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

<u>Вопросы к экзаменам</u>

1 семестр

1. Векторы и операции над ними. Компланарность, коллинеарность векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в базисе. Действия с координатами.
2. Простейшие задачи аналитической геометрии: деление отрезка в данном отношении, координаты центра масс.
3. Системы координат: декартова прямоугольная, полярная, цилиндрическая, сферическая.
4. Понятие направленной оси. Проекция (ортогональная) вектора на ось. Свойства проекции.
5. Скалярное произведение векторов (определение, свойства, выражение в прямоугольных координатах).
6. Проекция вектора на оси декартовой прямоугольной системы координат. Направляющие косинусы. Свойства направляющих косинусов.
7. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение. Определение, свойства. Векторное произведение в координатной форме.
8. Смешанное произведение. Связь с объемом параллелепипеда. Условие компланарности трех векторов. Смешанное произведение в координатах.
9. Двойное векторное произведение. Тождество $[[a,b]c] = b(a,c) - a(b,c)$.
10. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости (поворот и параллельный перенос).
11. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические кривые (поверхности). Порядок кривой (поверхности). Теорема об инвариантности порядка. Поверхности, заданные параметрически.
12. Уравнение плоскости: уравнение по точке и вектору нормали; общее уравнение; уравнение в отрезках; уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой; уравнение плоскости, проходящей через две точки параллельно заданному вектору, параметрическое задание плоскости.
13. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
14. Пучок плоскостей и связка плоскостей.
15. Уравнение прямой на плоскости: общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом, уравнение в отрезках, параметрические уравнения прямой. Нормальное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Пучок прямых на плоскости.
16. Уравнения прямой в пространстве (пересечение двух плоскостей, канонические уравнения, уравнения прямой, проходящей через две точки, параметрические уравнения). Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности. Расстояние от точки до прямой, расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.
17. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (условия принадлежности двух прямых к одной плоскости, угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости). Задачи: построение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых, построение перпендикуляра из точки на прямую, из точки на плоскость.

18. Определение эллипса, гиперболы и параболы. Директриса, эксцентриситет. Вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы, параболы. Исследование формы эллипса, гиперболы, параболы по их каноническим уравнениям.
19. Фокальное свойство эллипса. Расположение фокусов, уравнения директрис, эксцентриситет эллипса, заданного каноническим уравнением. Фокальные радиусы.
20. Фокальное свойство гиперболы. Расположение фокусов, уравнения директрис, асимптоты, эксцентриситет гиперболы, заданной каноническим уравнением. Фокальные радиусы.
21. Уравнения касательных к эллипсу, гиперболе и параболе.
22. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.
23. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
24. Общее уравнение кривой второго порядка. Упрощение уравнения кривой второго порядка путем поворота осей и параллельного переноса. Классификация кривых второго порядка.
25. Поверхности второго порядка. Цилиндрические, конические поверхности и поверхности вращения. Некоторые виды поверхностей второго порядка: эллиптический конус, эллиптический, параболический, гиперболический цилиндр, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, однополостной гиперболоид (прямолинейные образующие однополостного гиперболоида), двуполостной гиперболоид, эллипсоид. Исследование формы поверхности по каноническому уравнению методом сечений.
26. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).
27. Перестановка $(a_1,...,a_n)$ из n чисел. Инверсия. Четность перестановки. Изменение четности $N(a_1,...,a_n)$ при перестановке двух элементов.
28. Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Определение. Простейшие свойства: количество слагаемых в определителе, вид каждого слагаемого. Лемма о знаке, с которым в определитель входит произведение $a_{i_1 j_1} \cdot ..... \cdot a_{i_n j_n}$.
29. Свойства определителей.
30. Минор. Алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
31. Теорема Лапласа (без доказательства). Примеры.
32. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.
33. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера.
34. Ранг матрицы. Элементарные преобразования. Теорема о том, что элементарные преобразования не меняют ранга матрицы.
35. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.
36. Системы линейных уравнений. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Теорема Кронекера-Капелли.
37. Общее решение линейной системы. Условие единственности решения линейной системы ($n = r(A) = r(\bar{A})$). Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

2 семестр

1.Линейные пространства. Определение. Примеры. Простейшие свойства (единственность нулевого элемента и т.п.).

2.Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Линейные операции в координатах.

3.Размерность линейного пространства. Определение. Теоремы о размерности.

4.Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфности пространств одинаковой размерности.

5.Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

6.Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.

7.Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение однородной системы. Общее решение неоднородной системы.
8.Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора.
9.Теорема о взаимно однозначном соответствии между матрицами и операторами. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
10.Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Пространство линейных операторов.
11.Произведение операторов. Матрица произведения операторов.
12.Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Условия существования обратного оператора.
13.Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема: $\dim(\operatorname{Im} A) + \dim(KerA) = \dim L$.
14.Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Теорема о связи собственных значений и корней характеристического многочлена. Инвариантность характеристического многочлена.
15.Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Условия существования базиса из собственных векторов (условия приводимости матрицы оператора к диагональному виду).
16.Жорданова клетка. Жорданова матрица. Присоединенный вектор. Теорема Жордана. Приложения жордановой формы. Подобные матрицы.
17.Евклидово пространство. Определение. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами евклидова пространства. Ортогональные элементы.
18.Понятие ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
19.Вид скалярного произведения в зависимости от выбора базиса. Матрица Грама.
20.Изоморфизм пространств со скалярным произведением.
21.Свойства определителей Грама (определитель Грама линейно независимой системы векторов; неотрицательность определителя Грама).
22.Приложения определителей Грама. Объем n –мерного параллелепипеда.
23.Ортогональное дополнение. Разложение пространства со скалярным произведением в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
24.Сопряженный оператор в евклидовом пространстве (определение, единственность, матрица в ортонормированном базисе).
25.Самосопряженный оператор в евклидовом пространстве. Определение, матрица, теоремы о собственных значениях и собственных векторах, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов.
26.Ортогональный оператор. Определение, свойства, матрица, примеры, собственные значения, теорема об общем виде ортогонального оператора.
27.Билинейные формы в вещественном линейном пространстве. Определение, запись в координатах, матрица, изменение матрицы при переходе к новому базису. Кососимметрические и симметрические формы.
28.Квадратичная форма в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
29.Закон инерции квадратичных форм.
30.Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий знакоопределенности квадратичной формы по каноническому виду и критерий Сильвестра.
31.Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
32.Приведение уравнения поверхности второго порядка в n-мерном пространстве к каноническом виду. Классификация поверхностей.

Темы задач

1. Проверка выполнения аксиом линейного пространства для того или иного множества с заданной операцией сложения и умножения на число.
2. Проверка на линейную зависимость и независимость.
3. Нахождение базиса и размерности линейного пространства.
4. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
5. Размерность линейной оболочки.
6. Сумма и пересечение подпространств. Размерность и базис суммы и пересечения.
7. Ф.С.Р. однородной системы. Общее решение неоднородной системы.
8. Исследование оператора на линейность.
9. Нахождение матрицы линейного оператора, заданного геометрически (проекция, симметрия, поворот и т.п.)
10. Изменение матрицы оператора при переходе в новый базис.
11. Нахождение матрицы суммы и суперпозиции операторов.
12. Обратный оператор. Условия существования. Матрица.
13. Ядро и образ оператора.
14. Собственные значения и собственные векторы.
15. Инвариантные пространства. Исследование приводимости матрицы оператора к диагональному виду.
16. Жорданова форма.
17. Исследование матриц на подобие.
18. Ортогонализация.
19. Построение ортогонального дополнения.
20. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей.
21. Применение матрицы Грама для нахождения скалярного произведения в разных базисах.
22. Вычисление нормы, угла, площади и объема в евклидовом пространстве.
23. Нахождение матрицы сопряженного оператора в данном базисе.
24. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора.
25. Проверка матрицы на ортогональность.
26. Замена базиса в билинейной форме.
27. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов методом Лагранжа.
28. Проверка формы на знакоопределенность с помощью критерия Сильвестра.
29. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов ортогональным преобразованием.
30. Исследование кривой второго порядка. Построение чертежа.

12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

12.1. Основная литература

[1]. Ильин В. А. Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия : Учеб. для Вузов / В. А. Ильин, Э. Г. ; ред.: А. Н. Тихонов, В. А. Ильин, А. Г. Свешников. - 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2012. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики) (100 экз.)
[2]. Ильин В.А. Линейная алгебра: Учеб. для вузов/ В.А. Ильин, Э.Г. Позняк; Ред. А.Н. Тихонов. -6-е изд., стереотип. - М.: Наука. Физматлит, 2010.-320 с.. -(Курс высшей математики и математической физики; Вып. 4). Экземпляры: 100
[3]. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Физматлит, 2007. (80 экз.)
[4]. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: Учебное пособие для втузов. Профессия: СПб , 2005. (302 экз.)
[5]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. -Обнинск : ИАТЭ Ч. 1. -2008.-72 с. Экземпляры: 50.

[6]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. - Обнинск : ИАТЭ Ч. 2. -2008.-84 с. Экземпляры: 50.
[7]. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые приложения. М.: Наука, 1986. (74 экз.)
[8]. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005. (400 экз.) -- Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике : типовые расчеты : учеб. пособие / Л. А. Кузнецов. - 12-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2013. - 240 с. Экземпляры: 100.

12.2. Дополнительная литература

[9]. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - 7-е изд. - М. : Добросвет : КДУ, 2007. - 320 с. Экземпляры: ЧЗ(1)
[10]. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебник. Издательство Проспект. Издательство Московского университета, 2008
[11]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Геометрические приложения линейной алгебры. Учебное пособие. Обнинск, 1989. (98 экз.)
[12]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Конечномерные векторные пространства. Учебное пособие. Обнинск, 1989.(121 экз.)
[13]. Плыкин Р.В, Давыдова Р.Г. Введение в аналитическую геометрию и линейную алгебру. Учебное пособие. Обнинск. 1992. (112 экз.)
[14]. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.:Наука 1987 (240 экз.)
[15]. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии : учеб. пособие / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - 2-е изд., доп. - М. : ГУ ВШЭ, 2007. - 220 с. Экземпляры: ХР(1)

13. Краткий терминологический словарь

Базис (ортогональный, ортонормированный), билинейная форма, вектор (единичный, свободный, собственный, присоединенный, направляющий, нормальный, нулевой, противоположный), гипербола, гиперболоид (вращения, двуполостной, однополостной, эллиптический), детерминант, директриса, дополнение алгебраическое, закон инерции, квадратичная форма (знакоопределенная), координаты (декартовы, полярные, сферические, аффинные), конус, косинус направляющий, коэффициент, кривая 2 порядка, линейность, матрица (блочная, диагональная, единичная, вырожденная, невырожденная, обратная, жорданова), метод Гаусса, метод Лагранжа, минор (базисный), образующие, оператор, определитель, ориентация тройки векторов, ортогональное преобразование, отклонение точки от прямой (плоскости), параболоид (эллиптический, гиперболический), перенос параллельный, порядок поверхности, правило Крамера, плоскость, прямая, проекция, радиус-вектор, ранг матрицы, система (СЛАУ), система векторов (линейно независимая, фундаментальная), теорема Кронекера-Капелли, уравнение алгебраическое, фокус (гиперболы, параболы, эллипса), эллипсм, эксцентриситет.

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Библиотечный фонд института.

15. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины «Аналитическая геометрия. Линейная алгебра»

Курс «Аналитическая геометрия. Линейная алгебра» является фундаментом математического образования инженера и имеет важнейшее значение для успешного изучения всех последующих математических дисциплин, предусмотренных учебным планом. Для изучения линейной алгебры и аналитической геометрии требуется качественное знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, поэтому на первых занятиях студентам даются задачи на повторение школьного курса (векторы и координаты). Образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины в аудитории (активные и интерактивные формы): лекции, семинары, консультации, индивидуальные работы, контрольные работы, зачет, в том числе активные формы: проблемная лекция, лекция по готовому конспекту, мозговой штурм, решение типовых задач, занятия по решению проблемных и творческих задач, контрольно-корректирующие занятия. Зачет выставляется после защиты индивидуальных домашних заданий и сдачи контрольных работ.

Образовательные технологии, применяемые при организации внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Самостоятельная работа с книгой и конспектом лекций.
2. Самостоятельная работа с Internet-ресурсами.
3. Самостоятельная работа по выполнению домашних работ.
4. Самостоятельная работа при подготовке к контрольным аудиторным работам.
5. Самостоятельная работа при подготовке к коллоквиуму и экзамену.

Для достаточного освоения теоретического материала по дисциплине «Математический анализ» студенты должны:

− ознакомиться с перечнем вопросов, указанных в теме и изучить их по конспекту лекций с учетом пометок в конспекте;

− выбрать источник из списка литературы, если по данной теме недостаточно материала в конспекте лекций;

− проверить полученные теоретические знания с помощью промежуточных контрольных работ и коллоквиума.